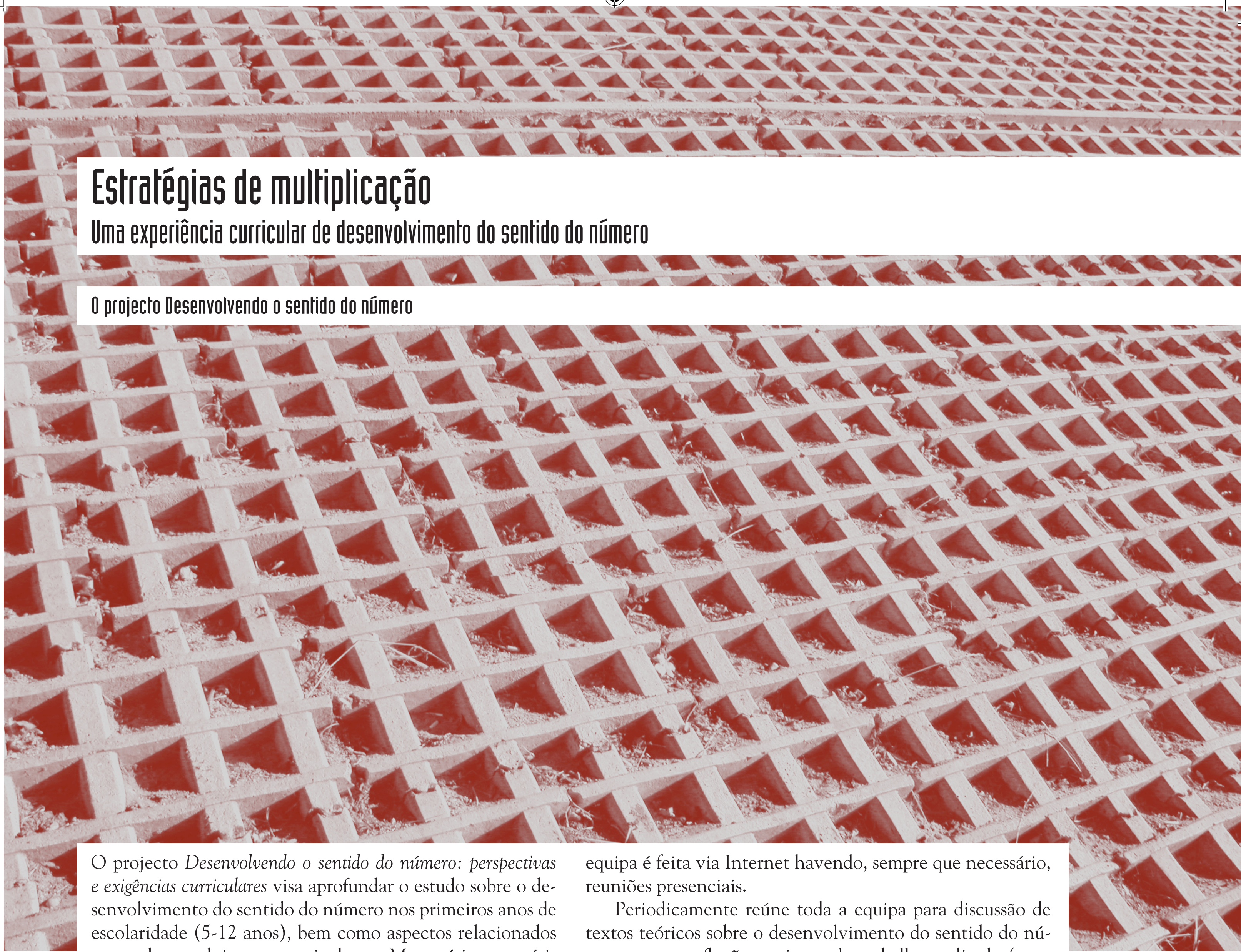

Estratégias de multiplicação

Uma experiência curricular de desenvolvimento do sentido do número

O projecto Desenvolvendo o sentido do número

O projecto *Desenvolvendo o sentido do número: perspectivas e exigências curriculares* visa aprofundar o estudo sobre o desenvolvimento do sentido do número nos primeiros anos de escolaridade (5-12 anos), bem como aspectos relacionados com o desenvolvimento curricular em Matemática e a prática dos professores. Mais especificamente pretende-se:

a) compreender o modo como as crianças desenvolvem o sentido do número, sobretudo em contexto de resolução de problemas;
b) identificar práticas profissionais e o tipo de currículo que favorecem o desenvolvimento do sentido do número (inteiros, decimais e fracções);
c) construir materiais curriculares facilitadores do desenvolvimento do sentido do número.

O projecto tem, assim, duas vertentes que, embora distintas se interligam e completam: desenvolvimento e investigação. Na primeira, com o objectivo de desenvolver o sentido do número em crianças entre os 5 e os 12 anos, a equipa do projecto tem vindo a construir, experimentar e avaliar tarefas numéricas (Equipa do Projecto DSN, 2005).

A equipa é constituída por docentes das Escolas Superiores de Educação de Setúbal, Lisboa e Leiria e educadores de infância e docentes do 1º e 2º ciclos do ensino básico de várias escolas do país.

Foram organizadas sub-equipas constituídas por dois ou três professores do terreno trabalhando em conjunto com dois professores das ESEs. A comunicação em cada sub-equipa é feita via Internet havendo, sempre que necessário, reuniões presenciais.

Periodicamente reúne toda a equipa para discussão de textos teóricos sobre o desenvolvimento do sentido do número e para reflexão conjunta do trabalho realizado (concepção e implementação das tarefas) e perspectivar o trabalho futuro.

Em 2003/04, ano de início do projecto, a elaboração de cada tarefa seguia normalmente as seguintes etapas:

1. um ou vários elementos da sub-equipa criavam ou adaptavam uma tarefa (elaborando uma ficha com indicações para o professor: ideias e procedimentos disponíveis e em desenvolvimento; ideias e procedimentos a desenvolver; sugestões para apresentação e exploração da tarefa; possíveis caminhos a seguir pelos alunos).
2. a tarefa era enviada via e-mail aos outros elementos da sub-equipa e, em interacção, aperfeiçoava-se a tarefa. Este aperfeiçoamento tinha várias fases até a tarefa ser colocada no sítio web do projecto.
3. implementação da tarefa na sala de aula.
4. reflexão e posterior reformulação da tarefa.

Como os professores trabalhavam em grupos de dois ou três, sempre que foi possível um conduzia a aula de apresentação da tarefa e o outro tinha o papel de observador. No final faziam o registo da situação e uma reflexão sobre a implementação da tarefa. Esta reflexão era alargada, de novo via e-mail, aos restantes membros da sub-equipa. De

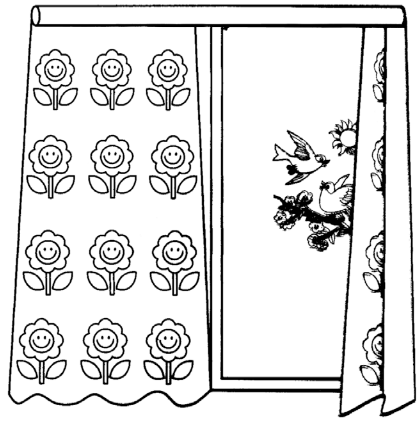

Figura 1. Uma das cortinas exploradas com os alunos

Figura 2. Os alunos reconstruindo os empedrados.

seguida, a tarefa era reformulada e colocada na página web a que todos os membros da equipa têm acesso. Só depois deste processo concluído é que se pensava noutra tarefa.

Em 2004/05 alterou-se a metodologia de concepção das tarefas. As etapas referidas mantiveram-se mas optou-se por planear uma cadeia de 3 ou 4 tarefas com alguma sequencialidade. Foi nosso objectivo que os alunos conseguissem aprendizagens conexas e sucessivamente mais abrangentes, alicerçadas umas nas outras. Pretendia-se que, numa lógica em espiral a competência matemática desenvolvida a partir da primeira tarefa fosse mobilizada na segunda e aí ampliada.

Esta opção fundamenta-se na ideia de trajectória de aprendizagem descrita por Simon (1995, citado por Dolk e Fosnot, 2001) que compreende uma interligação entre a construção, pela criança, de novo conhecimento matemático com as estratégias que utiliza na resolução de uma situação problemática, cujo contexto deve ser delineado de forma a estimular esse desenvolvimento progressivo do conhecimento dentro de um determinado tópico matemático.

Somos uma das sub-equipas do projecto e este artigo tem por objectivo explicitar o processo de produção de uma das tarefas no âmbito da respectiva cadeia, sua aplicação na sala de aula com identificação de aspectos relevantes ao nível das aprendizagens dos alunos e reflectir sobre as opções tomadas ao nível da organização do trabalho com os alunos e da exploração e condução da tarefa (discurso do professor e interacção estabelecida).

A cadeia de tarefas: Caixas de fruta; Cortinas e O pátio do João

O desenvolvimento de estratégias de multiplicação era a ideia principal para a construção da cadeia, visto que estávamos a trabalhar com alunos do 2.º ano de escolaridade. O reconhecimento de que são possíveis múltiplas estratégias para resolver um determinado problema é um indicador do desenvolvimento do sentido do número. Mas que problemas/tarefas seriam facilitadores do desenvolvimento das estratégias pretendidas?

Um dos princípios orientadores do nosso trabalho está associado à ideia de que os problemas devem surgir em torno de contextos conhecidos dos alunos, relacionados com as suas vivências ou experiências e que exijam do aluno um certo esforço de organização e elaboração, resultante, por exemplo, dos dados fornecidos ou forma de apresentação, de modo a que evoluam para estratégias mais elaboradas, mais sofisticadas, que levem à construção de mais conhecimento matemático.

No campo da multiplicação, para Dolk e Fosnot (2001), a transição entre o nível de cálculo por contagem e o cálculo por estruturação é estimulada pela utilização de modelos rectangulares em situações contextualizadas. A transição da multiplicação por estruturação para a multiplicação formal será auxiliada pela crescente capacidade dos alunos de raciocinar em termos das relações numéricas, das propriedades das operações que surgiram dos modelos utilizados.

Partir da disposição rectangular de objectos (organização por linhas e colunas) que aparece, por exemplo, nas caixas de fruta ou de vegetais, foi a nossa opção de contexto para a primeira tarefa *Caixas de fruta*. Prevendo-se que perante a questão "quantos estão em cada caixa" alguns alunos optariam pela contagem um a um (que não é multiplicação), esperava-se que outros efectuassem a contagem por conjuntos/agrupamentos ($3 + 3$ ou 2 colunas de 3 ou 2×3; $2 + 2 + 2$ ou 3 filas de 2 ou 3×2; … .), o que se verificou. E com esta estratégia pôde iniciar-se a compreensão de relações matemáticas importantes como a propriedade comutativa (o resultado de 2×3 é o mesmo de 3×2). Na verdade, a exploração gradual desta propriedade permitirá, mais tarde ampliar o conhecimento das tabuadas (se já conhece o produto 3×2 da tabuada do dois, então passa a conhecer o produto 2×3 da tabuada do 3).

Aliás, nesta cadeia de tarefas, verificou-se que uma nova estratégia multiplicativa trazia o conhecimento de uma nova relação matemática.

Na segunda tarefa *As cortinas*, é apresentada uma sequência de janelas com cortinas enfeitadas com padrões rectangulares.

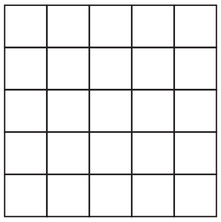

Figura 3. Primeiro empedrado

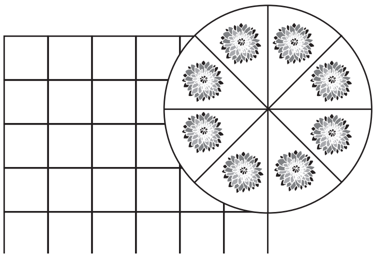

Figura 4. Segundo empedrado

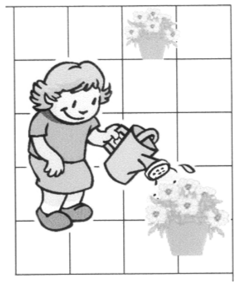

Figura 5. Terceiro empedrado

Figura 6. Quarto empedrado

A diferença significativa em relação à tarefa anterior é que nessa os alunos podiam responder às questões apenas recorrendo à contagem um a um ou à contagem por filas ou colunas pois os frutos estavam todos à vista, enquanto que nesta tarefa os objectos a contar não estão todos disponíveis.

Em cada janela uma das cortinas ou metade da cortina não está corrida o que estimula o aparecimento da estratégia da duplicação, para contar os enfeites da cortina quando ela está toda corrida (figura 1).

Ao pensar nos possíveis caminhos a seguir pelos alunos na tarefa *As cortinas*, surge como uma estratégia possível na contagem dos enfeites de uma cortina a seguinte: contando o que estava à vista 4 filas de 3 flores cada, logo a outra metade tem outras 4 filas, o que dá 8 filas de 3. Assim, surgem como representações possíveis:

$$8 \times 3 = 2 \times (4 \times 3) = 4 \times 3 + 4 \times 3$$

Estamos perante outra ideia matemática importante, ao se perceber que 8×3 pode ser calculado adicionando 4×3 com 4×3 (uso implícito da propriedade distributiva).

Surgiu então a 3.ª tarefa *O pátio do João* para apoiar o desenvolvimento da utilização da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, em situações que facilitam o cálculo.

A esta tarefa dedicamos o ponto seguinte onde se apresentam as suas especificidades no âmbito da cadeia construída. Pretende-se fazer uma reflexão acerca do trabalho colaborativo que conduziu à sua concepção e uma análise da sua aplicação na sala de aula, em particular ao nível das interacções estabelecidas e às aprendizagens conseguidas pelos alunos.

O caso da tarefa: O pátio do João

Como foi referido, a tarefa *O pátio do João* é a terceira da cadeia elaborada com o intuito de explorar noções de multiplicação a partir de situações de disposição rectangular. Esta tarefa, em particular, permite desenvolver o uso implícito da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Antes da sua aplicação as expectativas do grupo eram diferenciadas. A maioria dos elementos apresentava algumas reservas em relação à adequação dos conteúdos a explorar para crianças de 2º ano. O processo de discussão acerca das questões a colocar e da dinâmica de sala de aula a desenvolver foi por isso bastante participado. Depois da aplicação os receios iniciais desapareceram. Aliás foi depois da aplicação que verdadeiramente conseguimos perspectivar as potencialidades da tarefa. Por isso decidimos alargar a abordagem que inicialmente tinha sido prevista.

Dando um pouco ideia do processo de construção da tarefa como agora se apresenta podemos dizer que ela foi aplicada aos alunos em duas fases. Numa primeira fase com a duração aproximada de 1 hora foi feita a exploração de cada um dos empedrados que compunham o pátio. Foi distribuída aos alunos uma folha A4 com uma representação do pátio sem empedrados (figura 2) e sucessivamente os 4 recortes das porções com empedrado (figuras 3, 4, 5 e 6), questionando os alunos acerca do local onde estas encaixavam. Nesta exploração foram efectuadas as contagens das pedras de cada um, recorrendo a estratégias diversificadas e foram estabelecidas relações entre os empedrados (por exemplo o segundo empedrado pode ser obtido a partir do primeiro juntando uma coluna de 5, o que foi traduzido pelos alunos pela expressão $5 \times 5 + 5$ ou $5 \times 5 + 1 \times 5$). Depois de reunirmos, decidimos que seria proveitoso colocar questões adicionais aos alunos em relação ao contexto anteriormente explorado e que possibilitassem um aprofundamento da compreensão da propriedade distributiva, ao mesmo tempo que estabelecíamos conexões dentro da Matemática. Assim, numa segunda fase, solicitámos aos alunos que desenhassem pátios rectangulares em que o número total de pedras correspondesse a uma dada expressão (situação inversa daquelas que já tinham sido exploradas no primeiro momento).

Em relação à aplicação em contexto de sala de aula, o tipo de interacção estabelecida, a adesão dos alunos à tarefa e o tipo de respostas foram na generalidade semelhantes nas 3 turmas.

Depois de explorada a imagem do pátio do João que gerou grande curiosidade da parte dos alunos (pelas personagens, pelos objectos, pelas acções) foi-lhes pedido que colocassem na folha o primeiro empedrado (figura 2) e registassem o número de pedras e o processo de contagem. Rapidamente os alunos responderam: "São 25, porque $5+5+5+5+5=25$" ou "São 25, porque $5 \times 5 = 25$". Reparámos que parecem ter abandonado por completo estratégias pouco úteis de contagem, 1 a 1 ou 2 a 2, por exemplo.

Depois de distribuído o segundo empedrado (figura 3) questionámos os alunos: "Pensem no primeiro empedrado e no segundo empedrado, que relação existe entre eles? A esta questão que receávamos abstracta responderam:

"Tem mais 5 que o outro."
"O primeiro foi 5×5 e o segundo foi mais uma vez o 5, é 6×5."
"O segundo é $5 \times 5 + 1 \times 5 = 6 \times 5$"

Depois da exploração desta primeira relação, mais evidente para uns alunos do que para outros, foi relativamente fácil estabelecer relações para os empedrados seguintes (figuras 4 e 5). E o nível de participação de todos os alunos foi aumentando.

Em relação ao terceiro surgem dois tipos de resposta:

"Tem menos uma coluna, é $5 \times 5 - 1 \times 5 = 4 \times 5 = 20$"
"Este mais uma vez o cinco dá o primeiro … Explica a tua ideia! Este é 4×5 mais 1×5 dá 5×5 que é 25."

No quarto empedrado os alunos encontram diversas relações. Alguns verificam relações de impossibilidade: "Se juntar 5×5 com 6×5 fica 11×5, não dá este, são muitas [pedras]!". Mais tarde referem: "O primeiro com o terceiro dá 45, é 5×5 com 4×5, dá 9×5, as colunas todas", e também: "Este [4º empedrado] é 9×5, menos 4×5, dá o primeiro [5×5]".

Na exploração dos 2º, 3º e 4º empedrados gostaríamos de salientar a importância que teve o facto de termos questionado os alunos em relação ao local onde estes poderiam ser colocados no pátio do João. Além de obrigar os alunos a identificar um local onde os empedrados coubessem, estimulou desde logo o estabelecimento de relações entre os empedrados. Curioso verificar que numa das turmas pouco depois de ter sido distribuído o segundo empedrado (6×5) um aluno diz:

"Já sei como vai ser o último professora.

Então diz lá como fizeste.

Eu pus e primeiro e o segundo em cima do último espaço e não dá … mas tem duas colunas a mais …

Consegues explicar melhor?

Este [o primeiro] tem 25 porque é 5×5 e este [o segundo] é 30 porque é 6×5, tenho de tirar duas colunas de 5 … vai ter 45 pedras!"

Em relação à segunda parte da tarefa os alunos mostraram-se entusiasmados com a construção dos pátios a partir das expressões apresentadas. Contudo foi visível em alguns a dificuldade inicial em fazê-lo. Parece-nos por isso que esta componente do trabalho foi fundamental para conseguir uma consolidação das aprendizagens, permitindo reforçar a compreensão da propriedade distributiva em contextos de disposição rectangular. Na reflexão sobre a implementação desta tarefa, concluímos que, ao solicitar que desenhassem pátios rectangulares em que o número total de pedras correspondia a uma dada expressão (situação inversa: da expressão chegar à disposição rectangular), já se estava a trabalhar a noção de área, sem que essa tivesse sido uma ideia principal a desenvolver.

A Concluir

Parece-nos que a tarefa *O Pátio do João* oferece um contexto motivador e desafiante para os alunos, ao mesmo tempo que permite alargar a compreensão da operação multiplicação. Uma mais valia da tarefa parece estar centrada no desenvolvimento de capacidades de visualização de esquemas de disposição rectangular em relação à multiplicação de factores.

É importante referir que as crianças tiveram oportunidade de dar os primeiros passos na compreensão de relações numéricas na exploração das tarefas *Caixas de fruta* e *As cortinas* que já colocavam a enfâse na operação multiplicação. A noção de cadeia que apresenta implícita a noção de hierarquia é fundamental quando se pretende que determinada competência matemática vá sendo ampliada à medida que a experiência matemática dos alunos se torna mais diversificada.

Gostaríamos de salientar a importância que tem o questionamento do professor na procura e justificação de procedimentos e estratégias de cálculo pelo aluno. Aliado a este questionamento parece-nos fundamental que diferentes estratégias utilizadas sejam confrontadas, uma vez que isso pode ajudar diferentes alunos a dar saltos qualitativos.

Bibliografia

Equipa do Projecto DSN (2005). *Desenvolvendo o sentido do número: perspectivas e exigências curriculares. Materiais para o educador e professor do 1.º ciclo*. Lisboa: APM

Fosnot, C. T. e Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Elza Santos, EB1 João Beare Marinha Grande
Hugo Menino, Escola Superior de Educação de Leiria
Isabel Rocha, Escola Superior de Educação de Leiria
Paula Botas, EB1 João Beare Marinha Grande
Teresa Lucas, EB1 João Beare Marinha Grande